CHAPITRE 1

EXO 1

(a) $(3x+2)(5-2x) = 15x-6x^2+10-4x$

$= \boxed{-6x^2+11x+10}$

(b) $(x-1)(3x^2-2) = 3x^3-2x-3x^2+2$

$= \boxed{3x^3-3x^2-2x+2}$

(c) $2(3-2x)x-2(x-2) = 6x-4x^2-(2x-4)$

$= \boxed{-4x^2+4x+4}$

(d) $(5x+1)(2(x-1)-5x) = (5x+1)(-3x-2)$

$= -15x^2-10x-3x-2$

$= \boxed{-15x^2-13x-2}$

(e) $(2+2(x-5))(x-1) = (2x-8)(x-1)$

$= 2x^2-2x-8x+8$

$= \boxed{2x^2-10x+8}$

(f) $(x+1)^2+(2x-1)^2 = x^2+2x+1+4x^2-4x+1$

$= \boxed{5x^2-2x+2}$

EXO 2

(a) $(3x+2)^2 = \boxed{9x^2+12x+4}$

(b) $(5x-6)^2 = \boxed{25x^2-60x+36}$

(c) $(3-2x)(3+2x) = 3^2-(2x)^2 = \boxed{9-4x^2}$

(d) $(x-2)(4x+8) = 4(x+2)(x-2) = 4(x^2-4)$

$= \boxed{4x^2-16}$

EXO 3

(a) $(3x-1)(2x+1)+(5-x)(2x+1)$

$= (3x-1+5-x)(2x+1)$

$= (2x+4)(2x+1) = \boxed{2(x+2)(2x+1)}$

(b) $(3x+4)(2x-1)+4(3x+4) = \boxed{(3x+4)(2x+3)}$

(c) $(3-2x)(x+1)+(3-2x)^2$

$= (3-2x)(x+1+3-2x) = \boxed{(3-2x)(4-x)}$

(d) $(x+1)(x-1)+(2x+3)(5x+5)$

$= (x+1)(x-1)+5(2x+3)(x+1)$

$= (x+1)(x-1+10x+15) = \boxed{(x+1)(11x+14)}$

EXO 4

(a) $3(2x-2)+(x+1)(1-x)$

$= 6(x-1)-(x+1)(x-1)$

$= (x-1)(6-(x+1)) = \boxed{(x-1)(5-x)}$

(b) $2x(x+1)+(x+1)(x^2+1)$

$= (x+1)(x^2+2x+1) = (x+1)(x+1)^2 = \boxed{(x+1)^3}$

(c) $12x^2-6x+(2x-1)(5-2x)$

$= 6x(2x-1)+(2x-1)(5-2x)$

$= \boxed{(2x-1)(5+4x)}$

(d) $25x^2-9+4(x+7)(5x+3)$

$= (5x)^2-3^2+4(x+7)(5x+3)$

$= (5x+3)(5x-3)+4(x+7)(5x+3)$

$= (5x+3)(5x-3+4x+28)$

$= \boxed{(5x+3)(9x+25)}$

EX05

(a) $\frac{7}{5} + \frac{8}{5} = \frac{15}{5} = \boxed{3}$

(b) $\frac{13}{10} + \frac{6}{5} = \frac{13}{10} + \frac{12}{10} = \frac{25}{10} = \boxed{\frac{5}{2}}$

(c) $\frac{6}{21} + \frac{1}{7} = \frac{2}{7} + \frac{1}{7} = \boxed{\frac{3}{7}}$

(d) $\frac{5}{6} + \frac{7}{24} = \frac{20}{24} + \frac{7}{24} = \frac{27}{24} = \boxed{\frac{9}{8}}$

(e) $\frac{2}{7} + \frac{6}{11} = \frac{22}{77} + \frac{42}{77} = \boxed{\frac{64}{77}}$

(f) $\frac{5}{8} + 2 = \frac{5}{8} + \frac{16}{8} = \boxed{\frac{21}{8}}$

(g) $\frac{6}{8} - \frac{-2}{6} = \frac{3}{4} + \frac{1}{3} = \frac{9}{12} + \frac{4}{12} = \boxed{\frac{13}{12}}$

(h) $-\frac{1}{3} + \frac{5}{2} - \frac{5}{6} = \frac{-2}{6} + \frac{15}{6} - \frac{5}{6} = \frac{8}{6} = \boxed{\frac{4}{3}}$

EX06

(a) $\frac{5 \times 21}{14 \times 20} = \frac{5 \times 3 \times 7}{2 \times 7 \times 4 \times 5} = \boxed{\frac{3}{8}}$

(b) $\frac{15 \times 12}{9 \times 25} = \frac{3 \times 5 \times 3 \times 4}{3 \times 3 \times 5 \times 5} = \boxed{\frac{4}{5}}$

(c) $\frac{24 \times 28}{18 \times 7} = \frac{2 \times 3 \times 4 \times 4 \times 7}{2 \times 3 \times 3 \times 7} = \boxed{\frac{16}{3}}$

(d) $\frac{99 \times 25}{22 \times 125} = \frac{9 \times 11 \times 5 \times 5}{2 \times 11 \times 5 \times 5 \times 5} = \boxed{\frac{9}{10}}$

(e) $\frac{9 \times 12 \times 10}{27 \times 10 \times 6} = \frac{9 \times 2 \times 6 \times 10}{9 \times 3 \times 10 \times 6} = \boxed{\frac{2}{3}}$

(f) $\frac{3 \times 6}{8 \times 12 \times 18} = \boxed{\frac{1}{96}}$

(g) $\frac{24 \times 30}{72 \times 20} = \frac{24 \times 3 \times 10}{24 \times 3 \times 2 \times 10} = \boxed{\frac{1}{2}}$

(h) $\frac{27}{18} \times \frac{6}{5} = \frac{\cancel{9} \times 3 \times \cancel{2} \times 3}{\cancel{9} \times \cancel{2} \times 5} = \boxed{\frac{9}{5}}$

EXO 7

(a) $8^2 \times 4^5 = (2^3)^2 \times (2^2)^5 = 2^6 \times 2^{10} = \boxed{2^{16}}$

(b) $(11^5)^{-4} = \boxed{11^{-20}}$ (c) $4^8 \times 3^{-8} = \boxed{(4/3)^8}$

(d) $(5,2)^4 \times 10000 = \left(\frac{52}{10}\right)^4 \times 10^4 = \boxed{(52)^4}$ (e) $7^5 \div 7^{-3} = \boxed{7^8}$

(f) $48^5 \times 18^{-4} = (2^4 \times 3)^5 \times (2 \times 3^2)^{-4} = 2^{20} \times 3^5 \times 2^{-4} \times 3^{-8} = \boxed{2^{16} \times 3^{-3}}$

(g) $35^3 \times 12^4 \times 28^{-5} = (5 \times 7)^3 \times (2^2 \times 3)^4 \times (2^2 \times 7)^{-5} = 5^3 7^3 2^8 3^4 2^{-10} 7^{-5}$
$= \boxed{2^{-2} 3^4 5^3 7^{-2}}$

(h) $55^4 \times 22^5 \times 10^{-3} = (5 \times 11)^4 \times (2 \times 11)^5 \times (2 \times 5)^{-3} = 5^4 11^4 2^5 11^5 2^{-3} 5^{-3}$
$= \boxed{2^2 \times 5 \times 11^9}$

(i) $39^5 65^6 15^{-2} = (3 \times 13)^5 \times (5 \times 13)^6 \times (3 \times 5)^{-2} = 3^5 13^5 5^6 13^6 3^{-2} 5^{-2}$
$= \boxed{3^3 5^4 13^{11}}$

EXO 8

(a) $\sqrt{48} = \sqrt{3 \times 16} = \boxed{4\sqrt{3}}$ (b) $\sqrt{360} = \sqrt{36 \times 10} = \boxed{6\sqrt{10}}$

(c) $3\sqrt{6} \times 4\sqrt{3} = 12 \sqrt{2} \sqrt{3} \sqrt{3} = \boxed{36\sqrt{2}}$ (d) $\sqrt{39} \times 2\sqrt{13} = \sqrt{3} \times \sqrt{13} \times 2\sqrt{13}$
$= \boxed{26\sqrt{3}}$

EXO 9

(a) $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{48}} = \dfrac{\sqrt{3\times 6}}{\sqrt{8\times 6}} = \sqrt{\dfrac{3}{8}} = \sqrt{\dfrac{6}{16}} = \boxed{\dfrac{\sqrt{6}}{4}}$

(b) $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}} = \dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \dfrac{2-\sqrt{3}}{4-3} = \boxed{2-\sqrt{3}}$

(c) $\dfrac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{11}} = \dfrac{4(\sqrt{3}-\sqrt{11})}{(\sqrt{3}+\sqrt{11})(\sqrt{3}-\sqrt{11})} = \dfrac{4(\sqrt{3}-\sqrt{11})}{3-11} = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{11}}{-2} = \boxed{\dfrac{\sqrt{11}-\sqrt{3}}{2}}$

(d) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{7}}{(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2-7} = \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{7}}{1+2\sqrt{15}} = \dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{7})(1-2\sqrt{15})}{(1+2\sqrt{15})(1-2\sqrt{15})}$

$= \dfrac{\sqrt{3}-2\sqrt{45}+\sqrt{5}-2\sqrt{75}+\sqrt{7}-2\sqrt{105}}{1-4\times 15} =$

$= \dfrac{\sqrt{3}-2\times 3\sqrt{5}+\sqrt{5}-2\times 5\sqrt{3}+\sqrt{7}-2\sqrt{105}}{-59}$

$= \boxed{\dfrac{9\sqrt{3}+5\sqrt{3}-\sqrt{7}+2\sqrt{105}}{59}}$

EXO 10

Notons L et l les longueurs et largeurs initiales

Aire finale $= (L+3)(l+4) = 2\times$ Aire initiale $= 2Ll$ et $\boxed{l=7}$

soit $11(L+3) = 14L \iff 11L+33 = 14L$

$\iff \boxed{L=11}$

EXO 11

(a) $x^2+4=x+4 \iff x^2-x=0 \iff x(x-1)=0$ $\boxed{\mathcal{S}=\{0;1\}}$

(b) $x(x-3)-x^2=0 \iff x\times(-3)=0 \iff x=0$ $\boxed{\mathcal{S}=\{0\}}$

(c) $(x+1)^2-(x-1)^2=0 \iff (x+1+x-1)(x+1-x+1)=0$

$\iff 2x\times 2=0 \iff x=0$ $\boxed{\mathcal{S}=\{0\}}$

(d) $(5x-1)(2-x)+(2x-4)(3-2x)=0$

$\iff (5x-1)(2-x)-2(2-x)(3-2x)=0$

$\iff (2-x)\left[5x-1-2(3-2x)\right]=0$

$\iff (2-x)(5x-1-6+4x)=0$

$\iff (2-x)(9x-7)=0$

$\boxed{\mathcal{S}=\{7/9;2\}}$

(e) $-(12x-2)(2-3x)=36x^2-12x+1 \iff -2(6x-1)(2-3x)=(6x-1)^2$

$\iff (6x-1)(6x-4)-(6x-1)^2=0 \iff (6x-1)(1-4)=0$

$\iff x=1/6$ $\boxed{\mathcal{S}=\{1/6\}}$

EXO 12

(a) Pour $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$, on a :

$\frac{x-5}{x-1}+\frac{4}{x+1}=0 \iff \frac{4}{x+1}=\frac{5-x}{x-1} \iff 4(x-1)=(5-x)(x+1)$

$\iff 4x-4=5x+5-x^2-x$

$\iff x^2=9 \iff x=3$ ou -3 $\boxed{\mathcal{S}=\{-3;3\}}$

(b) Pour $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1/2;3\}$, on a :

$\frac{1}{2x+1}=\frac{1}{3-x} \iff 3-x=2x+1 \iff 2=3x \iff x=2/3$

$\boxed{\mathcal{S}=\{2/3\}}$

(c) Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1/2 ; 1\}$

$$\frac{2x-2}{x-1} = \frac{3x+3}{2x+1} \iff (2x-2)(2x+1) = (x-1)(3x+3)$$
$$\iff 2(x-1)(2x+1) - (x-1)(3x+3) = 0$$
$$\iff (x-1)(4x+2-3x-3) = 0$$
$$\iff (x-1)^2 = 0 \iff x = 1 \text{ valeur interdite !}$$

$\boxed{\mathcal{S} = \emptyset}$

(d) Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1 ; -2/3\}$

$$\frac{x+3}{3x+2} = \frac{x-2}{3x+3} \iff (x+3)(3x+3) = (3x+2)(x-2)$$
$$\iff 3x^2+3x+9x+9 = 3x^2-6x+2x-4$$
$$\iff 16x = -13 \iff x = -13/16$$

$\boxed{\mathcal{S} = \{-13/16\}}$

(e) Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$\frac{(x-2)x}{x+1} = \frac{2x^2+1}{x+1} \iff (x^2-2x)(x+1) = (2x^2+1)(x+1)$$
$$\iff (x+1)(-2x-x^2-1) = 0$$
$$\iff (x+1) \times (-1) \times (x+1)^2 = 0$$
$$\iff -(x+1)^3 = 0 \iff x = -1 \text{ valeur interdite}$$

$\boxed{\mathcal{S} = \emptyset}$

(f) Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4 ; -1/3\}$

$$\frac{2x-3}{3x+1} + \frac{3-2x}{x+4} = 0 \iff \frac{2x-3}{3x+1} = \frac{2x-3}{x+4}$$
$$\iff (2x-3)(x+4) = (2x-3)(3x+1)$$
$$\iff (2x-3)(3-2x) = 0$$
$$\iff 2x = 3 \iff x = 3/2$$

$\boxed{\mathcal{S} = \{3/2\}}$

EXO 13

(a) $\Delta = 1+4 = 5 \implies \boxed{x_1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}}$ et $\boxed{x_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$

(b) $-3x^2+6x-2=0 \iff 3x^2-6x+2=0$

$\Delta = 36-24 = 12 = (2\sqrt{3})^2$ donc $x_1 = \frac{6-2\sqrt{3}}{6} = \boxed{\frac{3-\sqrt{3}}{6}}$ et $\boxed{x_2 = \frac{3+\sqrt{3}}{6}}$

(c) $\Delta = 25-8 = 17 \implies \boxed{x_1 = \frac{-5-\sqrt{17}}{2}}$ et $\boxed{x_2 = \frac{-5+\sqrt{17}}{2}}$

(d) $\Delta = 4-12<0 \Rightarrow \boxed{\mathcal{S}=\emptyset}$

(e) $\Delta = 169-120=49=7^2 \Rightarrow \boxed{x_1=\frac{13-7}{4}=\frac{3}{2}}$ et $\boxed{x_2=\frac{13+7}{4}=5}$

(f) $\Delta = 16+5\times16=6\times16=(4\sqrt{6})^2 \Rightarrow \boxed{x_1=\frac{-4-4\sqrt{6}}{2\times4}=-\frac{1-\sqrt{6}}{2}}$ et $\boxed{x_2=\frac{-1+\sqrt{6}}{2}}$

EXO 14

Très simple : $\left(x-(\sqrt{3}-1)\right)\left(x-(\sqrt{3}+1)\right)=0$

$\Leftrightarrow x^2-(\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1)x+(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)=0$

$\Leftrightarrow \boxed{x^2-2\sqrt{3}\,x+2=0}$

EXO 15

(a) Notons x et y les deux nombres cherchés. Alors

$$\begin{cases} x+y=12 \\ xy=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=12-x \\ x(12-x)=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=12-x \\ -x^2+12x-20=0 \quad (E) \end{cases}$$

Comme (E) admet pour racines "évidentes" 2 et 10, on obtient $x=2$ et $y=10$ ou bien $x=10$ et $y=2$. Les nombres recherchés sont donc $\boxed{2 \text{ et } 10}$

(b) On obtient de même $\begin{cases} y=5-x \\ -x^2+5x+14=0 \quad (E) \end{cases}$ avec (E) de racines -2 et 7

si bien que les nombres recherchés sont $\boxed{-2 \text{ et } 7}$

De manière plus générale, x et y satisfont $\boxed{\begin{cases} y=S-x \\ x^2-Sx+P=0 \end{cases}}$

EXO 16

(a) $x^2+x-2=0$: $\boxed{x_1=1}$ et $x_1x_2=-2$ donc $\boxed{x_2=-2}$

(b) $2x^2+3x+1$: $\boxed{x_1=-1}$ et $x_1x_2=1/2$ donc $\boxed{x_2=-1/2}$

(c) $4x^2+x-3$: $\boxed{x_1=-1}$ et $x_1x_2=-3/4$ donc $\boxed{x_2=3/4}$

EXO 17

(a) Pour $x\in\mathbb{R}$, on pose $X=x^2$ de sorte que

$$x^4-x^2-6=0 \iff X^2-X-6=0$$
$$\iff X=-2 \text{ ou } X=3 \quad \text{(racines évidentes)}$$
$$\iff x^2=-2 \text{ ou } x^2=3$$
$$\iff x=-\sqrt{3} \text{ ou } x=\sqrt{3}$$

$\boxed{\mathcal{S}=\{-\sqrt{3};\sqrt{3}\}}$

(b) Pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a $4x^4+9x^2+2\geqslant 2>0$ donc l'équation n'admet pas de solution $\boxed{\mathcal{S}=\emptyset}$

(c) Pour $x\in\mathbb{R}^*$, on pose $X=1/x$ si bien que

$$\frac{5}{x^2}-\frac{6}{x}+1=0 \iff 5X^2-6X+1=0$$
$$\iff X=1 \text{ ou } X=1/5 \quad \text{(1 est racine évidente)}$$
$$\iff \frac{1}{x}=1 \text{ ou } \frac{1}{x}=\frac{1}{5}$$
$$\iff x=1 \text{ ou } x=5$$

$\boxed{\mathcal{S}=\{1;5\}}$

(d) Pour $x\in[0,+\infty[$ on pose $X=\sqrt{x}$: alors

$$4x+5\sqrt{x}-9=0 \iff 4X^2+5X-9=0$$
$$\iff X=1 \text{ ou } X=-9/4 \quad \text{(1 est racine évidente)}$$
$$\iff \sqrt{x}=1 \text{ ou } \sqrt{x}=-9/4$$
$$\iff x=1$$

$\boxed{\mathcal{S}=\{1\}}$

(e) Pour tout $x\in[0,+\infty[$, $6x+11\sqrt{x}+3\geqslant 3>0$ donc l'équation n'a pas de solution $\boxed{\mathcal{S}=\emptyset}$

EXO 18

Avec $X = x + \frac{1}{x}$ pour $x \neq 0$, on obtient $X^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$ soit $x^2 + \frac{1}{x^2} = X^2 - 2$

(a) Pour $x \neq 0$, $x^2 - 3x + 4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \iff x^2 + \frac{1}{x^2} - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) + 4 = 0$

$\iff X^2 - 2 - 3X + 4 = 0$

$\iff X^2 - 3X + 2 = 0$

$\iff X = 1$ ou $X = 2$ ($\sqrt{\ }$ évidentes)

Or $X = 1 \iff x + \frac{1}{x} = 1$

$\iff x^2 + 1 = x$

$\iff x^2 - x + 1 = 0$

$\Delta = 1 - 4 < 0 \leadsto$ pas de solution

et $X = 2 \iff x + \frac{1}{x} = 2 \iff x^2 + 1 = 2x \iff x^2 - 2x + 1 = 0$

$\iff (x-1)^2 = 0 \iff \underline{x = 1}$

$\boxed{\mathcal{S} = \{1\}}$

(b) Il suffit de diviser par x^2 pour revenir à la forme du (a)

Pour $x \neq 0$ $\quad x^4 - 8x^3 + 2x^2 - 8x + 1 = 0 \iff x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} - 8\left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$

$\iff X^2 - 8X = 0$

$\iff X(X-8) = 0 \iff X = 0$ ou $X = 8$

Or $X = 0 \iff x + \frac{1}{x} = 0$

$\iff x^2 + 1 = 0 \leadsto$ pas de sol$^{\circ}$

et $X = 8 \iff x + \frac{1}{x} = 8 \iff x^2 + 1 = 8x \iff x^2 - 8x + 1 = 0$

$\Delta = 64 - 4 = 60 = (2\sqrt{15})^2 \leadsto x_1 = \frac{8 - 2\sqrt{15}}{2} = 4 - \sqrt{15}$ et $x_2 = 4 + \sqrt{15}$

$\boxed{\mathcal{S} = \{4 - \sqrt{15}, 4 + \sqrt{15}\}}$

EXO 19

(a) $|4x + 1| = 3 \iff 4x + 1 = 3$ ou $4x + 1 = -3$

$\iff x = 1/2$ ou $x = -1$

$\boxed{\mathcal{S} = \{-1; 1/2\}}$

(b) $|x+1| = |x-3| \iff x+1 = x-3$ ou $x+1 = 3-x$

$\iff 4 = 0$ (!) ou $2x = 2$

$\iff x = 1$

$\boxed{\mathcal{S} = \{1\}}$

(c) ⚠ ON RÉSOUT POUR $2x+4 \geqslant 0$ càd $x \geqslant -2$

Pour $x \geqslant -2$ $\quad |3x-2| = 2x+4 \iff 3x-2 = 2x+4$ ou $3x-2 = -2x-4$

$\iff x = 6$ ou $5x = -2$

$\iff x = -2/5$

$\boxed{\mathcal{S} = \{-2/5\,;6\}}$

POUR LES SUIVANTES, ON VA SIMPLIFIER LES MEMBRES DE GAUCHE EN SE PLAÇANT SUR DES INTERVALLES ADÉQUATS

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-5$		$-$		$-$	0	$+$	

(d) Notons (E) : $|x+2| + |x-5| = 11$

Sur $]-\infty,-2]$ $\quad$ (E) $\iff -(x+2)-(x-5) = 11$ (cf $x+2<0$ et $x-5<0$)

$\iff -2x+3 = 11$

$\iff -2x = 8 \iff x = -4 \in]-\infty;-2]$ ok!

Sur $[-2;5]$ $\quad$ (E) $\iff -(x+2)+(x-5) = 11$

$\iff -7 = 11$ $\quad$ Pas de solution

Sur $[5,+\infty[$ $\quad$ (E) $\iff x+2+x-5 = 11$

$\iff 2x-3 = 11$

$\iff 2x = 14 \iff x = 7 \in [5;+\infty[$ ok !

$\boxed{\mathcal{S} = \{-4;7\}}$

ON PROCÈDE DE MÊME POUR LES DEUX AUTRES !

(e) Notons (E) : $2|x+2|+|x-5|=9$

Sur $]-\infty;-2]$ (E) $\Leftrightarrow -2x-4-x+5=9$

$\Leftrightarrow -3x=8 \Leftrightarrow x=-\frac{8}{3}<-2$ ok!

Sur $[-2;5]$ (E) $\Leftrightarrow 2x+4-x+5=9$

$\Leftrightarrow x=0 \in [-2;5]$ ok!

Sur $[5;+\infty[$ (E) $\Leftrightarrow 2x+4+x-5=9$

$\Leftrightarrow 3x=10 \Leftrightarrow x=10/3<5$ NON!

$\boxed{\mathcal{S}=\left\{-\frac{8}{3};0\right\}}$

(f) Notons (E) : $|x+2|-2|x-5|=5$

Sur $]-\infty;-2]$ (E) $\Leftrightarrow -(x+2)-2(5-x)=5$

$\Leftrightarrow -x-2-10+2x=5$

$\Leftrightarrow 2x=17 \Leftrightarrow x=\frac{17}{2}>-2$ NON!

Sur $[-2;5]$ (E) $\Leftrightarrow x+2-10+2x=5$

$\Leftrightarrow 3x=13 \Leftrightarrow x=\frac{13}{3}\in[-2;5]$ ok!

Sur $[5;+\infty[$ (E) $\Leftrightarrow x+2-2(x-5)=5$

$\Leftrightarrow x+2-2x+10=5$

$\Leftrightarrow -x=-7 \Leftrightarrow x=7>5$ ok!

$\boxed{\mathcal{S}=\left\{\frac{13}{3};7\right\}}$

EXO 20

(a) $-3x+7\leq x+2 \Leftrightarrow -4x\leq -5 \Leftrightarrow x\geq \frac{5}{4}$ $\boxed{\mathcal{S}=[5/4;+\infty[}$

(b) $-6(x+5)<x+5 \Leftrightarrow -7(x+5)<0$

$\Leftrightarrow x+5>0 \Leftrightarrow x>-5$ $\boxed{\mathcal{S}=]-5;+\infty[}$

(c) $\frac{x+1}{4}\geq\frac{x-2}{3} \underset{(\times 12)}{\Leftrightarrow} 3(x+1)\geq 4(x-2) \Leftrightarrow 3x+3\geq 4x-8$

$\Leftrightarrow -x\geq -11 \Leftrightarrow x\leq 11$ $\boxed{\mathcal{S}=]-\infty;11]}$

(d) $(2x+4)(2-x) = 2(x+2)\times(-1)(x-2) = -2(x+2)(x-2)$

Ce trinôme est ≥ 0 entre ses racines et ≤ 0 à l'extérieur cf coeff de x^2

donc $\boxed{S = [-2;2]}$

(e) $x^3 \leq x \iff x^3 - x \leq 0 \iff x(x^2-1) \leq 0 \iff \underbrace{x(x+1)(x-1)}_{P(x)} \leq 0$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$\boxed{S =]-\infty;-1] \cup [0;1]}$

(f) $(x+1)(1-x) > (2x-1)(x+1) \iff (x+1)(1-x-2x+1) > 0$

$\iff (x+1)(2-3x) > 0$

$\iff -3(x+1)(x-2/3) > 0$

Ce trinôme est ≥ 0 entre ses $\sqrt{\ }$ et ≤ 0 à l'extérieur cf coeff. de x^2

donc $\boxed{S =]-1;2/3[}$

(g) Pour $x \in \mathbb{R}-\{-2\}$, on a $\dfrac{x^2-1}{x+2} = \dfrac{(x+1)(x-1)}{x+2} = Q(x)$

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$Q(x)$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	0	$+$	

$\boxed{S =]-\infty,-2[\cup]-1,1[}$

(h) Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$, $\frac{2x+1}{x-3} > -1$ $\quad \frac{2x+1}{x-3} + \frac{x-3}{x-3} > 0$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-2}{x-3} > 0 \Leftrightarrow (3x-2)(x-3) > 0$$

$\times (x-3)^2$, qui est > 0

Ce trinôme est positif à l'extérieur de ses racines, si bien que l'ensemble des solutions de l'inéquation est $\boxed{\mathcal{S} =]-\infty; 2/3[\cup]3, +\infty[}$

(i) Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1/4; 0\}$

$$\frac{2x-4}{4x+1} \leq \frac{3x+5}{6x} \Leftrightarrow \frac{2x-4}{4x+1} - \frac{3x+5}{6x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(2x-4)6x - (4x+1)(3x+5)}{(4x+1)6x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{12x^2 - 24x - 12x^2 - 20x - 3x - 5}{(4x+1)6x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-47x-5}{(4x+1)6x} \leq 0$$

x	$-\infty$		$-1/4$		$-5/47$		0		$+\infty$
$-47x-5$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$4x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$6x$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$Q(x)$		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	

$$\boxed{\mathcal{S} =]-1/4 ; -5/47] \cup]0, +\infty[}$$

EXO 21

(a) $|x-8| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq x-8 \leq 5 \Leftrightarrow 3 \leq x \leq 13$

$\boxed{\mathcal{S} = [3;13]}$

(b) $|2x+3| > 4 \Leftrightarrow 2x+3 > 4$ ou $2x+3 < -4$

$\Leftrightarrow x > 1/2$ ou $x < -7/2$

$\boxed{\mathcal{S} =]-\infty; -\frac{7}{2}[\cup]\frac{1}{2}; +\infty[}$

(c) $|2x-11| \leq |x-5| \Leftrightarrow (2x-11)^2 \leq (x-5)^2$

$\Leftrightarrow (2x-11)^2 - (x-5)^2 \leq 0$

$\Leftrightarrow (3x-16)(x-6) \leq 0$

Ce trinôme est négatif entre ses racines donc $\boxed{\mathcal{S} = [16/3 ; 6]}$

(d) • $|x-3| > 2 \Leftrightarrow x-3 > 2$ ou $x-3 < -2 \Leftrightarrow x > 5$ ou $x < 1$

• $|x+4| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq x+4 \leq 3 \Leftrightarrow -7 \leq x \leq -1$

De ce fait $\begin{cases} |x-3| > 2 \\ \text{et } |x+4| \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \text{ ou } x > 5 \\ \text{et } -7 \leq x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -7 \leq x \leq -1$

$\boxed{\mathcal{S} = [-7;-1]}$

EXO 22

(a) $x^2 + 6x < -16 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 16 < 0$

$\Delta = 36 - 4 \times 16 < 0 \Rightarrow$ trinôme toujours > 0

$\boxed{\mathcal{S} = \emptyset}$

(b) $70x < 25x^2 + 49 \Leftrightarrow 25x^2 - 70x + 49 > 0$

$\Leftrightarrow (5x-7)^2 > 0 \Leftrightarrow 5x - 7 \neq 0$

$\boxed{\mathcal{S} = \mathbb{R} \setminus \{7/5\}}$

(c) $(x+3)(x-1) < 2x+6 \Leftrightarrow (x+3)(x-1) - 2(x+3) < 0$

$\Leftrightarrow (x+3)(x-3) < 0$

$\boxed{\mathcal{S} =]-3;3[}$ cf. trinôme négatif entre ses racines

(d) $2x^2-8x+2\geqslant 0 \iff x^2-4x+1\geqslant 0$

$\Delta=16-4=12=(2\sqrt{3})^2 \rightsquigarrow x_1=\dfrac{4-2\sqrt{3}}{2}=2-\sqrt{3}$ et $x_2=2+\sqrt{3}$

Trinôme $\geqslant 0$ à l'extérieur des racines donc $\boxed{\mathcal{S}=]-\infty;2-\sqrt{3}]\cup[2+\sqrt{3};+\infty[}$

(e) $-3x^2+12x<12 \iff -3x^2+12x-12<0 \iff x^2-4x+4>0$

$\iff (x-2)^2>0 \iff x-2\neq 0$

$\boxed{\mathcal{S}=\mathbb{R}\setminus\{-2\}}$

(f) $-2x^2+5x-4\leqslant -4x+5 \iff -2x^2+9x-9\leqslant 0$

$\Delta=81-72=9=3^2 \rightsquigarrow x_1=\dfrac{-9-3}{-4}=3$ et $x_2=\dfrac{-9+3}{-4}=3/2$

Trinôme $\leqslant 0$ à l'extérieur des $\sqrt{\ }$ donc $\boxed{\mathcal{S}=]-\infty;3/2]\cup[3;+\infty[}$

EXO 23

(a) MÉTHODE 1 : [Cherche les solutions POSSIBLES de l'équation (sans s'occuper des problèmes de définition) et vérifie si tout va bien

Si x est solution de $\sqrt{x+12}=\sqrt{x^2+2x-8}$ $(\mathcal{E})$

alors $x+12=x^2+2x-8$

soit $0=x^2+x-20$

d'où $x=4$ ou $x=-5$ (racines évidentes)

VERIFICATIONS

- pour $x=4$: $x+12=16=x^2+2x-8$
- pour $x=-5$ $x+12=7=x^2+2x-8$

) ok !

donc $\boxed{\mathcal{S}=\{-5;4\}}$

MÉTHODE 2 [Déterminer l'ensemble de définition de l'équation puis la résoudre sur cet ensemble

(E) : $\sqrt{x+12} = \sqrt{x^2+2x-8}$ définie pour $x+12 \geq 0$ et $x^2+2x-8 \geq 0$

Le trinôme est positif à l'extérieur de ses racines 2 et -4

x	$-\infty$		-12		-4		2		$+\infty$
$x+12$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
x^2+2x-8		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ainsi l'équation (E) est définie sur $\mathcal{D}_E = [-12;-4] \cup [2;+\infty[$

Pour $x \in \mathcal{D}_E$, on a (E) $\Leftrightarrow x+12 = x^2+2x-8$

$\Leftrightarrow x^2+x-20=0$

$\Leftrightarrow x=4$ ou $x=-5$

Comme $4 \in \mathcal{D}_E$ et $-5 \in \mathcal{D}_E$, on a bien $\boxed{\mathcal{S} = \{-5;4\}}$

(b) L'équation $\sqrt{4-x} = x-2$ est définie pour $4-x \geq 0$ soit $x \leq 4$ et une solution x vérifie nécessairement $x-2 \geq 0$ soit $x \geq 2$

Pour $x \in [2;4]$, on a : $\sqrt{4-x} = x-2 \Leftrightarrow 4-x = (x-2)^2 = x^2-4x+4$

$\Leftrightarrow x^2-3x = x(x-3) = 0$

$\Leftrightarrow x=0$ ou $x=3$

Comme $0 \notin [2;4]$ alors $\boxed{\mathcal{S} = \{3\}}$

(c) L'équation $\sqrt{2x-6} = x-3$ est définie pour $x \geq 3$ ... et $x-3 \geq 0$ alors

Pour $x \geq 3$, on a ainsi $\sqrt{2x-6} = x-3 \Leftrightarrow 2(x-3) = (x-3)^2$

$\Leftrightarrow (x-3)(x-5)=0$

$\Leftrightarrow x=3$ ou $x=5$ $\boxed{\mathcal{S} = \{3;5\}}$