

TD n°1 : Ensembles et applications

Exercice 1

Soient A, B et C trois parties non vides d'un ensemble E .

Démontrer les relations suivantes :

- 1) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$
- 2) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C) = (A \setminus C) \cap B = (B \setminus C) \cap A$.
- 3) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$.

Exercice 2

Soit A une partie non vide d'un ensemble E .

On considère l'application $f : \begin{cases} \mathcal{P}(E) \longrightarrow \mathcal{P}(E) \\ X \longmapsto A \cap X \end{cases}$.

- 1) Cette application est-elle injective ? bijective ? surjective ?
- 2) Déterminer $f(\mathcal{P}(E))$. Pour $Y \subset E$, déterminer $f^{-1}(Y)$.

Exercice 3

Soient A et B deux parties non vides d'un ensemble E .

On considère l'application $f : \begin{cases} \mathcal{P}(E) \longrightarrow \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B) \\ X \longmapsto (X \cap A, X \cap B) \end{cases}$.

- 1) Démontrer que f est injective si et seulement si $A \cup B = E$.
- 2) Démontrer que f est surjective si et seulement si $A \cap B = \emptyset$.
- 3) Dans le cas où f est bijective, déterminer f^{-1} .